TOURNOI MATHEMATIQUE du LIMOUSIN 18 en lycées Professionnels

Thème : Mathématiques et mouvement !!!

Le DÉFI, si vous l'acceptez, est de réussir à donner de l'eau à votre voisin pour qu'il arrose ses fleurs

Éléments de CORRECTION

1. Une ARAIGNÉE ingénieuse !

a. Calcul de distance entre 2 images du point A

On connait la vitesse du point **A** : v_A **= 5 m/s** et l'on sait que le temps entre 2 images est t = 40ms = **0,04 s**

En utilisant la formule $v = \frac{D}{t} \Leftrightarrow D = v \times t$ ici $D = 5 \times 0{,}04 =$ **0,20 m = 20 cm**

→ ***La distance parcourue entre 2 images par le point A est donc de 20 cm***

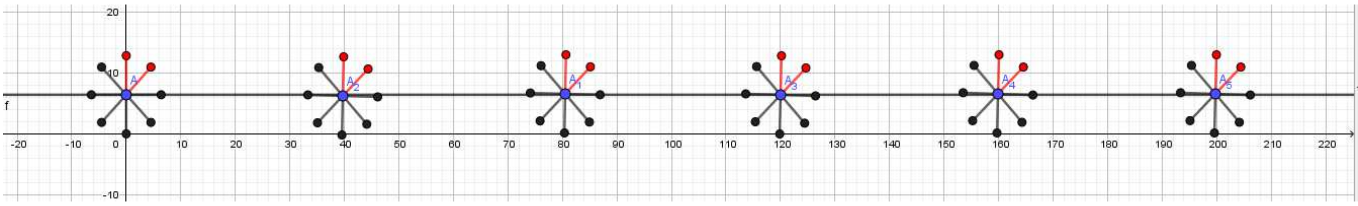
b. Position de l'araignée au point B

- Recherche de la distance parcourue par A pour faire un tour complet :

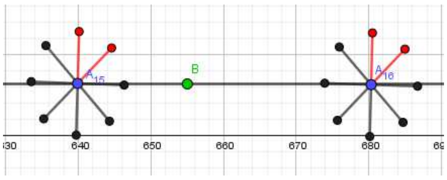
On sait que le tour est fait en 80 ms = 2 x 40ms cela correspond à 2 intervalles entre images ;
donc la distance parcourue est 2 fois celle entre 2 images (20cm) ici D_{1tour} **= 2 x 20 = 40cm**

- Placement des modèles d'araignée sur ***géogébra*** :

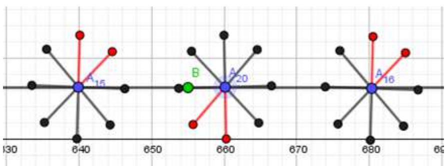
Les tours complets étant tous les 2 intervalles, on place l'araignée en même position qu'au départ tous les **40 cm**



A proximité du point B : On cherche le multiple de 40 juste inférieur à 655 (position du point B) et celui juste supérieur
40 x 16 = **640 cm** et 40x17 = **680 cm**
on y place ainsi 2 araignées en position initiale (tours complets)



Comme 20cm = ½ x 40 , on peut placer à 660 cm= 640 +20 araignée ayant fait un **demi** tour par rapport à la position initiale



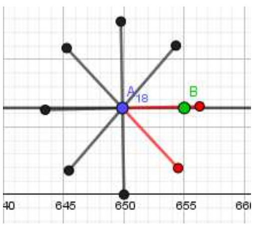
Entre 640 et 660, on a 20 cm et la position 655cm est à 5cm avant 660
On cherche la proportion de tour en moins avec ces 5 cm avant 660 (le demi-tour)

Distance parcourue en cm	Proportion de tour
20	$\frac{1}{2}$
5	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \mathbf{\frac{1}{8}}$

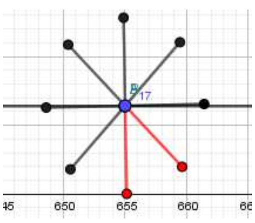
On trouve donc qu'au point **B**, à 655 cm, l'araignée a fait 1/8ème de tour en moins par rapport au demi tour

Tous les 5 cm, l'araignée fait 1/8ème de tour *(les pattes tournent d'un « cran »)*

Position à 650 cm



→ ***Arrivée au point B, l'araignée a la position ci-dessous, donc sa position est compatible pour attraper la mouche***



c. La mouche est –elle envolée avant l'arrivée de l'araignée ?

On connait la vitesse du point **A** : v_A = **5 m/s** et l'on sait que la distance parcourue est D_B = ***6,55 m***

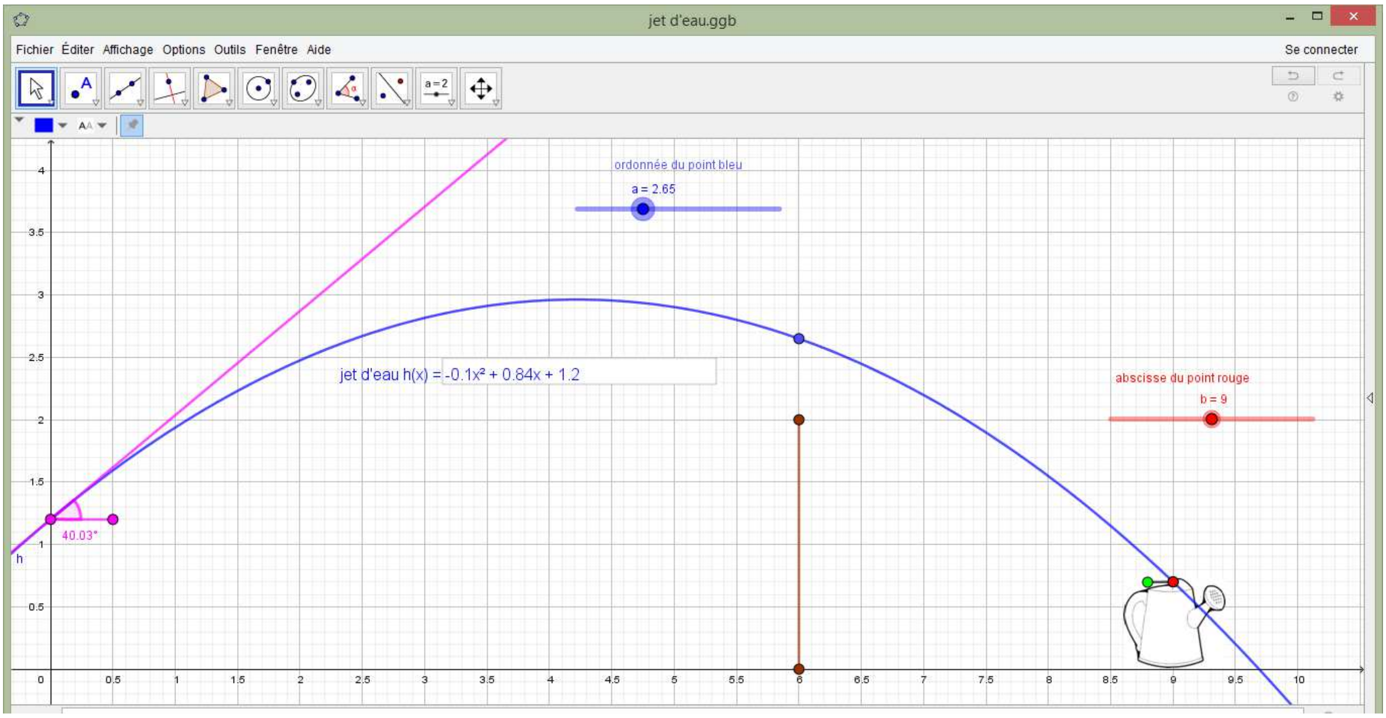
En utilisant la formule $v = \frac{D}{t} \Leftrightarrow t = \frac{D}{v}$ ici $t = \frac{6,55}{5}$ = **1,31 s**

→ ***Comme la mouche s'envole au bout de 1,5 s et que l'araignée arrive en B dès 1,31 s, notre araignée aura eu le temps de l'attraper avant l'envol !***

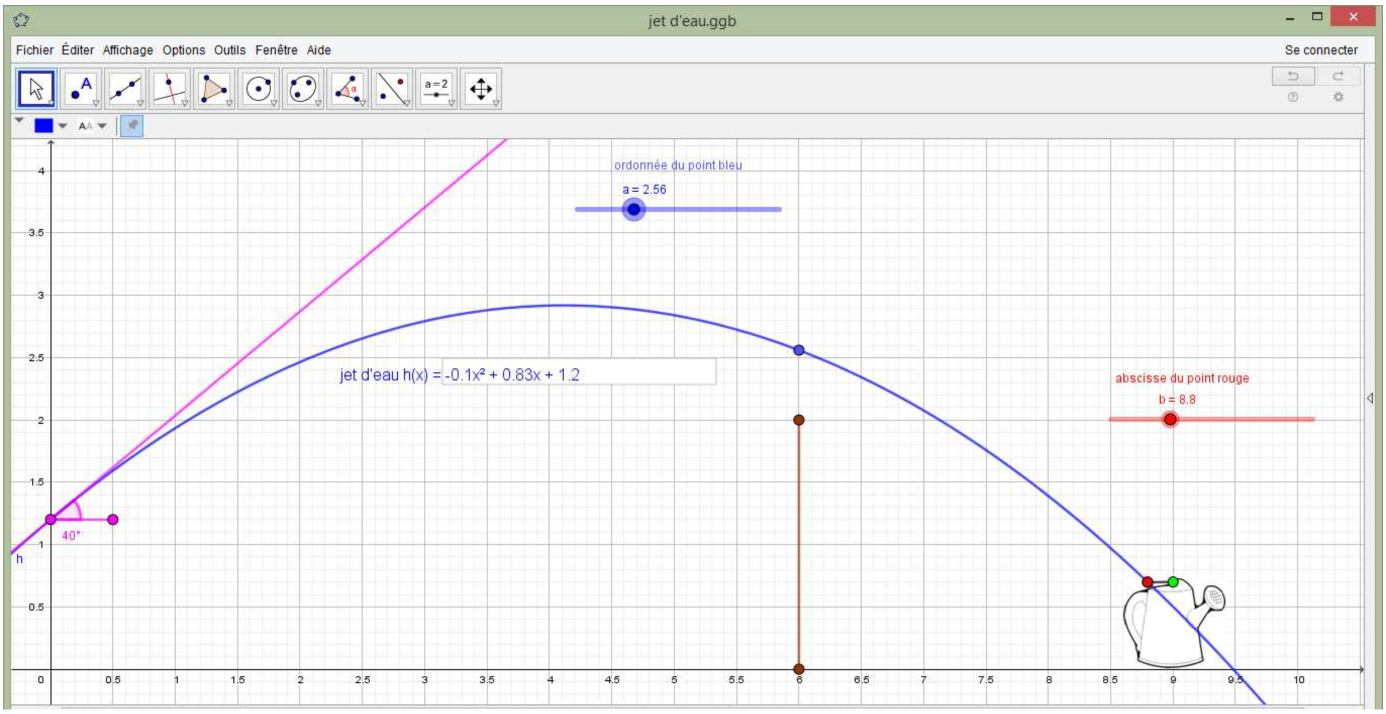
2. Du tuyau d'arrosage au seau

a. les courbes adéquates de jet d'eau permettant de remplir le seau avec un angle de 40°.

Voici 2 positions extrêmes avec le jet d'eau entrant juste dans le seau. Les équations sont presque identiques

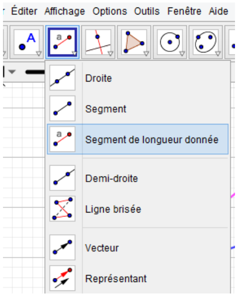


Son équation est **h(x) = -0,1x² + 0,84x +1,2**



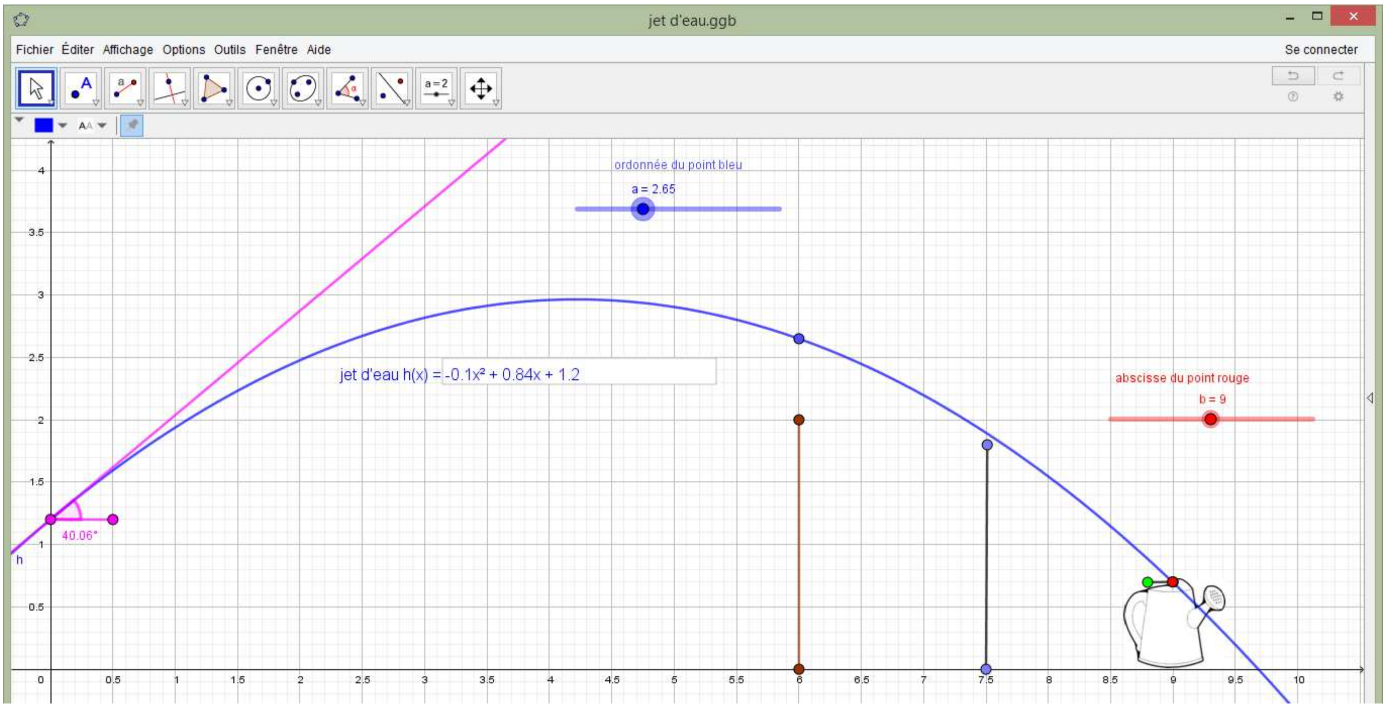
Son équation est **h(x) = -0,1x² + 0,83x +1,2**

b. Jet d'eau avec M. Crocus :

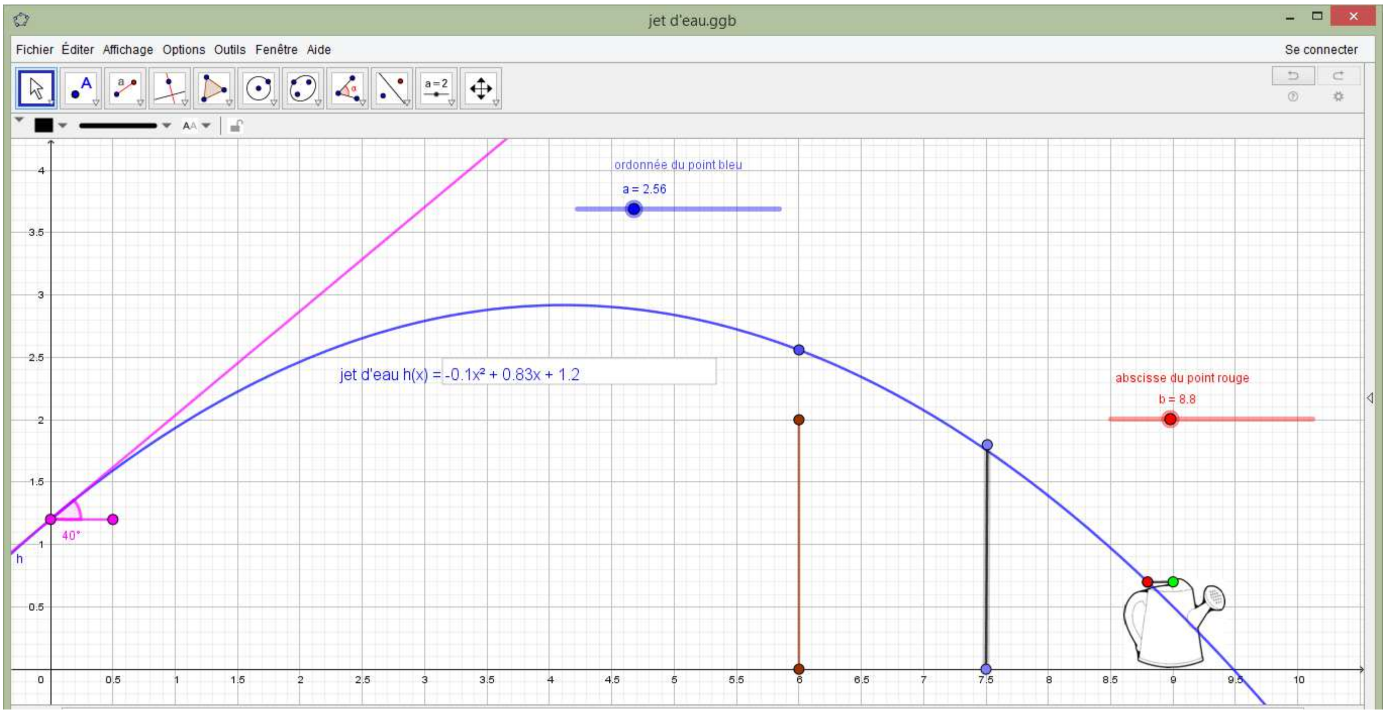


On a placé un segment de longueur donnée, 1,8 que l'on a déplacé verticalement à l'abscisse 7,5 pour symboliser M. Crocus

Pour la première position extrême



Pour la seconde position extrême, le jet d'eau touche M. Crocus



Donc on retient la première position avec son équation **h(x) = -0,1x² + 0,84 x + 1,2 .**
Pour connaitre la hauteur du jet d'eau il suffit de calculer h pour x= 7,5 (position de M. Crocus)

$h(7{,}5)= -0{,}1 \times 7{,}5^2 + 0{,}84 \times 7{,}5 +1{,}2 = 1{,}875$ m

Ici h(7,5) – 1,8 = 0,075 m = **7,5 cm** → ***c'est la hauteur à laquelle passe le jet d'eau au dessus de la tête de M. Crocus***

3.Ne soyons pas « seaux »

M. Crocus peut poursuivre avec le même principe : Il remplit le seau de 11 ℓ , puis avec ce seau il remplit le petit. Ensuite il vide complètement le petit seau, puis verse le contenu du grand seau dans le petit seau, …. puis il recommence

Voici les enchainements fait avec le tableau fourni de faire toutes les contenances de 1 à 20 litres.

On vide une partie du seau de 11 ℓ dans celui de 9 ℓ

Seau 9 ℓ	9	0	9	0	2	9	0	4	9	0	6	9	0	8	9	0	9	0	1	1	9
Seau 11 ℓ	0	11	2	2	11	11-7 =4	4	11	11-5 =6	6	11	11-3 = 8	8	11	11-1 = 10	10	10-9 = 1	1	0	11	11-8 =3
total	**9**	**11**	11	**2 ***	**13**		**4**	**15**		**6**	**17**		**8**	**19**		**10**		**1**		**12**	

On remplit le seau de 11 ℓ

On vide le seau de 9 ℓ

* On vient de réaliser la contenance de 2 ℓ

Sceau 9 ℓ	0	3	3	9	0	5	5	9	7	7	9	0	9	9							
Sceau 11 ℓ	3	0	11	11-6 =5	5	0	11	11-4 =7	0	11	11-2 =9	9	0	11							
total	**3**		**14**		**5**		**16**		**7**	**18**				**20**							

3. Un souvenir de cette aventure

a. Tableau de Escher avec des rotations de 80° :

On cherche le plus petit multiple commun entre 80° et 360°

Procédure par essais sur scratch :

Premier motif

Procédure arithmétique :

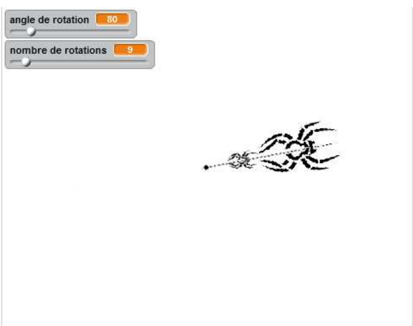
80 = 40 × **2** et 360 = 40 × **9**

On voit alors que si on multiplie 80 **par 9** et 360 **par 2** on obtiendra le même nombre (le plus petit multiple commun)

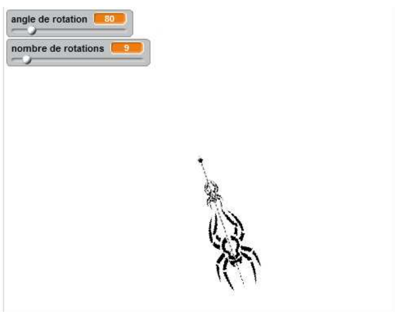
80 × **9** = (40×2) × **9** =720 → ***on voit qu'il faut 9 motifs***

360 × **2** = (40×9) × **2** =720 → ***on voit ici que l'on fait 2 tours***

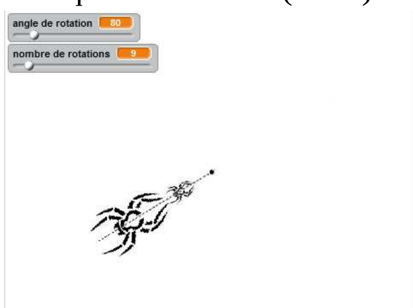
Second motif (80°)



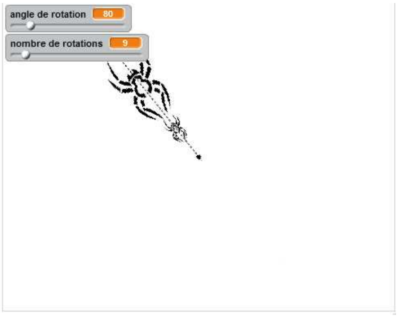
troisième motif (160°)



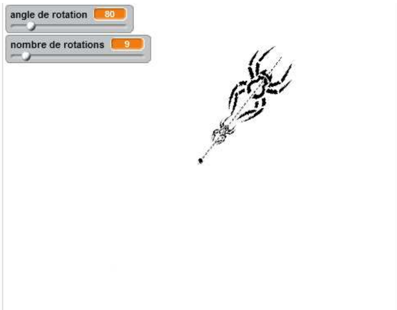
quatrième motif (240°)



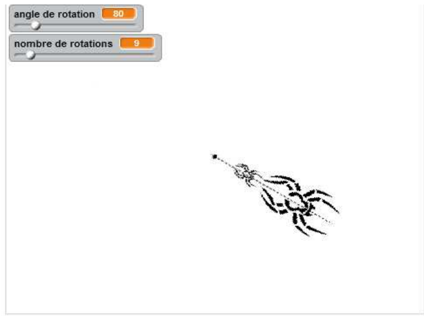
cinquième motif (320°)



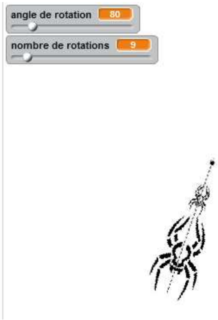
sixième motif (400°)



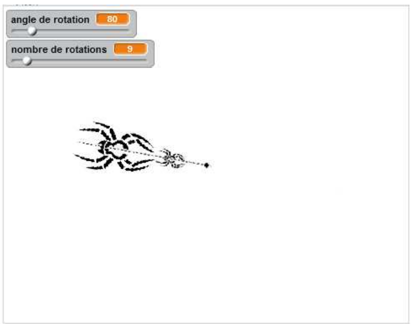
septième motif (480°)



huitième motif (560°)



neuvième motif (640°)



dixième motif (720°)

retour au départ : ARRET

b. <u>Rotations possibles avec angles supérieurs à 30° et retour après 3 tours:</u>

<u>Procédure arithmétique</u>

Pour **3 tours** l'angle total parcouru est 1080° = **3** × 360
On va chercher toutes les décompositions multiplicatives de 1080 avec un des facteurs supérieur à 30 :

1080 × **1** = 540 × **2** = 270 × **4** = 216 × **5** = 135 × **8** = 108 × **10** = 54 × **20**

Donc 7 possibilités : 1 motif avec une rotation de 1080°
2 motifs avec des rotations de 540°
4 motifs avec des rotations de 270°
5 motifs avec des rotations de 216°
8 motifs avec des rotations de 135°
10 motifs avec des rotations de 108°
20 motifs avec des rotations de 54°